

Matematicko-logická soutěž

Březen 2025/26

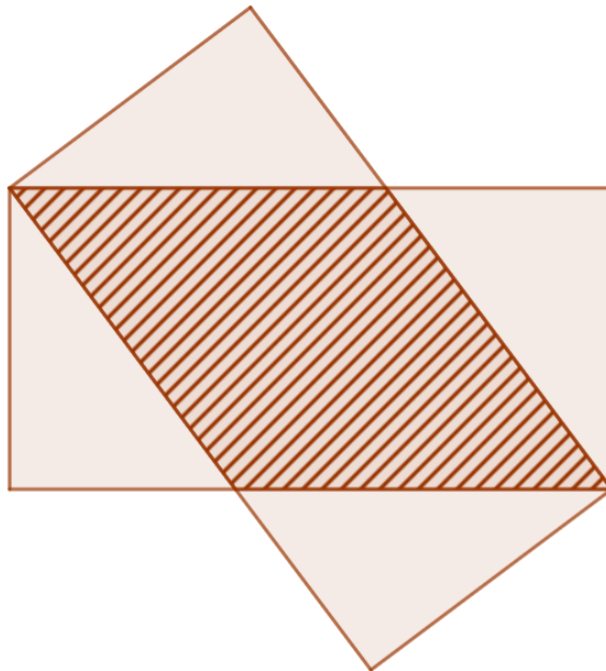
Svá řešení odevzdávejte písemně nebo elektronicky Mgr. Kopřivové (koprivova@teleinformatika.eu) nebo Ing. Knápkovi (knapek@teleinformatika.eu) nejpozději o půlnoci posledního dne v daném měsíci. Každé kolo bude vyhodnoceno samostatně, body se budou sčítat za všechna kola. Soutěžící, který bude mít v červnu na svém kontě nejvíce získaných bodů, získá odměnu.

Úloha č.1: DILEMA DESKOVÉ DISJUNKCE

Dvě obdélníkové dřevěné desky o rozměrech $2\text{ m} \times 1\text{ m}$ a tloušťce 2 cm chceme slepit k sobě, aby vzniknul pevnější panel (viz obrázek).

Desky jsou k sobě slepeny pouze v místě, kde se překrývají. Po slepení chceme celý vzniklý panel natřít ze všech viditelných stran ochranným lakem.

Jak velkou plochu (v cm^2) bude třeba natřít?



Problem no.2 : PICK THE PICKY SAFE

A security safe is opened by entering a four-digit number. The safe accepts only codes that end in 9 and are divisible by each of their digits.

Determine how many such codes exist and find all of them.

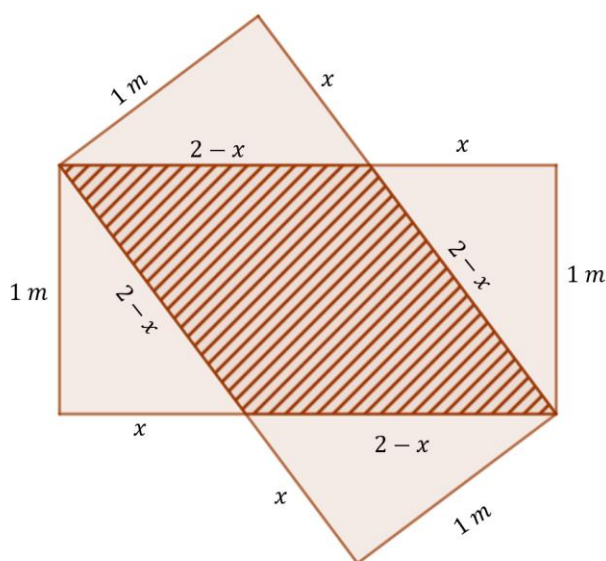
Úloha č.3: (NE)ZLOMNÝ ZLOMEK

Zlomek $\frac{674}{385}$ můžeme napsat jako součet tří zlomků, v jejichž jmenovatelích jsou prvočísla, která tvoří rozklad původního jmenovatele na součin a také platí, že ciferný součet jejich číselníků se rovná cifernému součtu jejich jmenovatelů.

Nalezni tyto tři zlomky.

Řešení:

Úloha č.1: DILEMA DESKOVÉ DISJUNKCE



Popíšeme si náčrt, pak využijeme

Pythagorovu větu:

$$x^2 + 1 = (2 - x)^2$$
$$x = 0,75 \text{ m} \rightarrow 2 - x = 1,25 \text{ m}$$

Vyšrafovaná oblast je kosočtverec

$$\text{s obsahem } S_{\text{kosočtverce}} = \frac{5}{4} \cdot 1 = 1,25 \text{ m}^2.$$

Povrch jedné desky je

$$S_{\text{desky}} = 2(2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,02 + 1 \cdot 0,02) = 4,12.$$

Povrch celého slepeného tělesa je

$$S = 2 \cdot (S_{\text{desky}} - S_{\text{kosočtverce}})$$
$$S = 2 \cdot (4,12 - 1,25) = 5,74 \text{ m}^2.$$
$$S = 57\,400 \text{ cm}^2.$$

Problem no.2 : PICK THE PICKY SAFE

The code has the form: XYZ9.

A number ending in 9 is not divisible by any even digit, nor by 5, and of course it cannot be divided by zero. Therefore, only the digits 1, 3, 7, and 9 remain available.

For a number to be divisible by nine, the sum of its digits must be divisible by nine. It was not stated that digits cannot repeat in the code, so the following variations are possible:

1179, 1719 \rightarrow are not divisible by seven **7119, 3339, 9999 \rightarrow satisfy the conditions**

Úloha č.3: (NE)ZLOMNÝ ZLOMEK

Ciferný součin $385 = 5 \cdot 7 \cdot 11$ Zlomek lze zapsat jako součet:

$$\frac{674}{385} = \frac{x}{5} + \frac{y}{7} + \frac{z}{11}$$

Úloha bude jednodušší, budeme-li uvažovat, že čitatelé jsou jednociferná čísla. Pokud najdeme řešení, bude tomu tak.

$$x + y + z = 5 + 7 + 1 + 1 = 14 \rightarrow z = 14 - x - y$$

Dosadíme za z do rovnice:

$$\frac{674}{385} = \frac{x}{5} + \frac{y}{7} + \frac{14 - x - y}{11} = \frac{42x + 20y + 490}{385}$$

$$674 = 42x + 20y + 490$$

$$10y = 92 - 21x$$

Z toho plyne, že číslo $92 - 21x$ musí být dělitelné desíti. To nastane pouze v případě, že $x = 2$.

Dopočítáme zbylé proměnné $y = 5$ a $z = 7$.

Nalezli jsme jednociferná řešení dané úlohy, hledanými zlomky jsou $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{7}$ a $\frac{7}{11}$.