

Matematicko-logická soutěž

Řešení – červen 2018

Úloha č. 1

What's interesting about this task is that we should assess both the price of the tickets and the number of the students but we only know the total price and the fact that each fifth ticket is free. We also know that the ticket price is the whole number ending in zero.

It is known that 4A class students got four free tickets – so for sure there were minimal number of 20 but maximal number of 24 tickets. Let's count the entrance fee for all five options given.

4A class ticket price	Number of students	Number of paid tickets	Single ticket price
19 950,00 Kč	20	16	1 246,88 Kč
19 950,00 Kč	21	17	1 173,53 Kč
19 950,00 Kč	22	18	1 108,33 Kč
19 950,00 Kč	23	19	1 050,00 Kč
19 950,00 Kč	24	20	997,50 Kč

As we can see the only possible solution is 23 students in class 4A.

Let's add unknown number of 4B class students. But it's easy to assess it since we know that the total amount of money for paid ticket was 44,100 crowns.

4A + 4B class ticket price	Single ticket price	Number of paid tickets	Number of free tickets	Number of students
44 100,00 Kč	1 050,00 Kč	42	10	52

Now, as we know the total amount of students and the number of 4A class students we can assess the number of 4B class students quite easily.

Number of 4A + 4B class students	Number of 4A class students	Number of 4B class students
52	23	29

Úloha č. 2

Snědl-li Čeněk během večírku dvě pětiny jednohubek jednoho druhu a Zuzka tři pětiny druhého druhu, je jasné, že původní počty obou musely být dělitelné pěti.

Budeme-li řešit tuto úlohu početně, získáme jednu rovnici o dvou neznámých.

$$\frac{3}{5} \cdot chilli = \frac{3}{8} \left(\frac{3}{5} \cdot chilli + \frac{2}{5} \cdot wasabi \right)$$

Matematickými úpravami získáme vztah

$$2 \cdot wasabi = 5 \cdot chilli$$

Nejmenší vyhovující řešení tak, aby byl počet jednohubek dělitelný pěti, je tedy 25 wasabi a 10 chilli jednohubek.

Na tácu původně bylo 35 jednohubek, poté, co Zuzka snědla 15 wasabi a Čeněk 4 chilli, jich na tácu zbylo 16. Osmína ze šestnácti jsou dvě jednohubky, tři osminy potom samozřejmě šest – což je přesný počet zbývajících chilli jednohubek.

Úloha č. 3

Tato úloha (zapsat číslo 1000000 pouze pomocí devítek a matematických operací) má velké množství různě zajímavých řešení, takže pro ilustraci uvedeme pouze některá z nich.

Jedno z nejjednodušších – ale bohužel současně nejméně vtipných - řešení je milionkrát sečíst podíl devítek, tedy jedničku:

$$\frac{9}{9} + \frac{9}{9} + \frac{9}{9} + \frac{9}{9} + (\text{neustále opakujeme } \dots) + \frac{9}{9} = 1\,000\,000$$

Naopak jedno z nejjednodušších řešení je toto:

$$999\,999 + \frac{9}{9} = 1\,000\,000$$

Několik dalších zajímavých řešení:

$$\left(99 + \frac{9}{9} \right)^{\sqrt{9}} = 1\,000\,000$$

$$\frac{9\,999\,999}{9} - \frac{999\,999}{9} = 1\,000\,000$$

$$\left(999 + \frac{9}{9} \right) \cdot \left(999 + \frac{9}{9} \right) = 1\,000\,000$$

$$\left(999 + \frac{9}{9} \right)^{\left(\frac{9}{9} + \frac{9}{9} \right)} = 1\,000\,000$$

...