

Matematicko-logická soutěž

Školní rok 2023/24

Svá řešení za listopad odevzdávejte písemně nebo elektronicky Mgr. Nerudové nebo Ing. Knápkovi (knapek@teleinformatika.eu) nejpozději do půlnoci 30.11.2023. Každé kolo bude vyhodnoceno samostatně, body se sčítají za všechna kola.

Listopad 2023

Úloha č. 1

Chovatel koní se rozhodl odejít na odpočinek a rozhodl se, že celý svůj majetek - stádo koní - rozdělí mezi svoje děti. Nejdříve rozdělil stádo na dvě části v poměru 1:3. Menší z nich dal nejstaršímu synovi, větší opět rozdělil ve stejném poměru. Z nových částí tu menší přidělil druhorozenému synovi, větší znovu rozdělil v poměru 1:3. Takto pokračoval, až každý z jeho synů dostal svůj díl, a zbývající část potom daroval své jediné dceři.

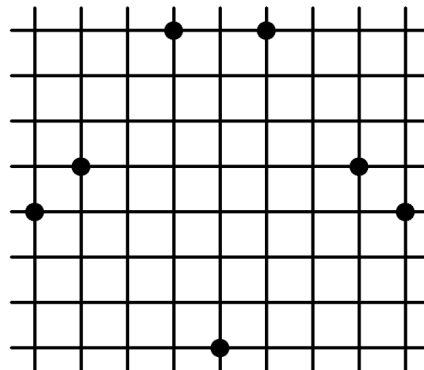
Zjistěte, kolik měl chovatel koní, pokud víte, že prostřední syn jich dostal 156. Které z dětí dostalo nejvíc koní?

Řešení. Jestliže prostřední syn dostal 156 koní, zůstalo ještě $3 \cdot 156 = 468$ koní. Syn byl prostřední, takže musel mít ještě aspoň jednoho syna. Zbylé koně dělil na 4 části a jednu dal dalšímu synovi: $468 : 4 = 117$. Zůstalo mu tedy na dělení $468 - 117 = 351$ koní. 351 koní se už nedá rozdělit na 4 části, tedy je musela všechny dostat dcera. Chovatel měl tedy tři syny. Když dával koně prostřednímu, musel jich mít $468 + 156 = 624$, což je trojnásobek toho, co dal prvorozenému. Prvorozený tedy dostal $624 : 3 = 208$ koní. Nejvíc koní (351) tedy dostala dcera. Farmář měl celkem $351 + 117 + 156 + 208 = 832$ koní.

Úloha č. 2

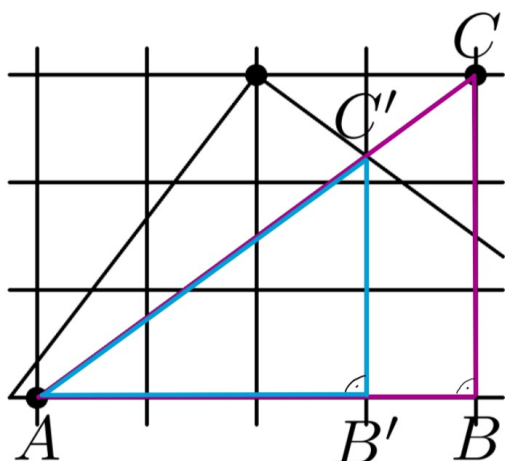
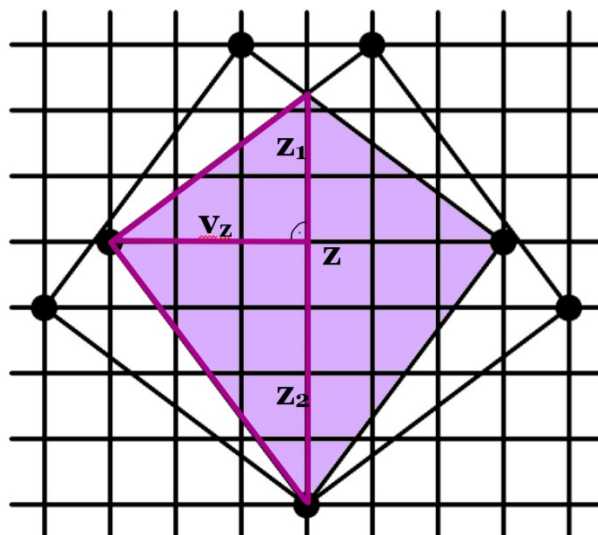
Ve čtvercové síti jsou vyznačeny vrcholy dvou čtverců o stejném obsahu. **Zjistěte, jakou plochu zaujímá jejich společná část - tedy jakou plochou se oba čtverce překrývají.**

Jeden čtvereček zobrazené čtvercové sítě má obsah 25 cm^2 .



Řešení: Na obrázku jsou dokresleny čtverce a zvýrazněna jejich společná část. Vidíme, že se jedná o čtyřúhelník, který je souměrný podle svislé osy. Proto stačí spočítat obsah „levého“ trojúhelníku. Hledaný obsah pak bude dvojnásobkem obsahu uvažovaného trojúhelníku.

Protože každý čtvereček má obsah 25 cm^2 , použijeme známý vzorec $S = a^2$ k určení, že strana čtverečku je 5 cm . Potom výška v_z trojúhelníka je $3 \cdot 5 = 15 \text{ cm}$.



Zbývá určit délku základny z , která se skládá ze dvou částí, z_1 a z_2 . Zatímco z_2 odpovídá čtyřem stranám čtverečku, tedy 20 cm , určení z_1 je trochu složitější. Z obrázku je vidět, že trojúhelníky ABC a $AB'C'$ jsou podobné. Odtud je zřejmé, že úsečka $B'C'$ měří $2,25$ čtverečku, tj. $11,25 \text{ cm}$. Tedy základna trojúhelníka má velikost $z = 20 + 11,25 = 31,25 \text{ cm}$.

Obsah jednoho trojúhelníku je: $S = \frac{31,25 \cdot 15}{2} \text{ cm}^2$ a obsah společné části obou čtverců je dvojnásobek, tedy $S = 31,25 \cdot 15 = 468,75 \text{ cm}^2$.

Úloha č. 3

Let's look closer at one practical (and vitally important) task from everyday life of a maths student. Nerd likes to have for breakfast three slices of fried bread but he also wants to sleep as long as possible. It takes four minutes to fry one slice of bread until brown (two minutes for each side). The time is measured by stop-watch. Another problem is that only two slices fit to his pan.

How much (minimum) time will he need to fry all three slices in one pan at one time? We don't consider the time needed to turn and change the slices.

Solution: One slice of fried bread is finished in 4 minutes, it takes 2 minutes to fry each side. He can fit two slices of bread on his pan. First 2 minutes he fries the first and the second slice from one side. The next two minutes he fries the first slice from the second side and the third one from the first side and the last two minutes he fries the second and the third slice

The whole time taken to fry three slices is 6 minutes.