

Matematicko-logická soutěž

Školní rok 2023/24 - prosinec 2023

Úloha č. 1

Informátory si označte písmenem I jako informátor, takže máme I-1, I-2, I-3. Policisty označíme písmenem P (jak taky jinak) – tedy máme P-1, P-2 a P-3. Číslo určují, jak patří k sobě. I-1 práská P-1, I-2 patří k P-2 atd.

Tento příklad vychází ze starých středověkých úloh o převoznících, které dávní matematici vymýšleli pro pobavení vznešené společnosti svých mecenášů. a její řešení nejlépe objasníme s pomocí následující tabulky:

Malé město		Velitelství
P-1, I-1, P-2, I-2, P-3, I-3		nikdo
P-2, I-2, P-3, I-3	→ P-1, I-1 →	P-1, I-1
P-1, P-2, I-2, P-3, I-3	← P-1 ←	I-1
P-1, P-2, P-3	→ I-2, I-3 →	I-1, I-2, I-3
P-1, I-1, P-2, P-3	← I-1 ←	I-2, I-3
P-1, I-1	→ P-2, P-3 →	P-2, I-2, P-3, I-3
P-1, I-1, P-3, I-3	← P-3, I-3 ←	P-2, I-2
I-1, I-3	→ P-1, P-3 →	P-1, P-2, I-2, P-3
I-1, I-2, I-3	← I-2 ←	P-1, P-2, P-3
I-3	→ I-1, I-2 →	P-1, I-1, P-2, I-2, P-3
I-2, I-3	← I-2 ←	P-1, I-1, P-2, P-3
nikdo	→ I-2, I-3 →	P-1, I-1, P-2, I-2, P-3, I-3

Jak je vidět, opravdu bylo možné se dopravit na velitelství a neohrozit svého vlastního práškače, ale určitě by bylo mnohem jednodušší, kdyby si policisté vzájemně důvěřovali.

Nezbývá než doufat, že se opravdu jedná o pouhou matematickou hříčku a nikoli o reálnou situaci. Samozřejmě je možné několik dalších analogických řešení, ovšem princip úlohy zůstává stejný.

Úloha č. 2

Pokud mají být oba dílky stejně těžké a jsou-li vyrobené ze čtvercové destičky, musí platit, že je plocha šrafované části shodná s plochou části nešrafované. Sestavíme rovnici a vyřešíme ji:

$$\begin{aligned}\frac{1}{4}a^2 + \frac{3}{4}\pi r^2 &= \frac{1}{2}a^2 \\ a^2 &= 3\pi r^2 \\ r &= \frac{a}{\sqrt{3\pi}}\end{aligned}$$

Úloha č. 3

The task is to divide 20,000 crowns between the students with good results. The first grade students will receive 3,000, the second grade 2,000 and the third 500 crowns.

It is known that there are 30 students in the class, but one third of them doesn't deserve the reward – so only 20 students left. The way we can divide the money can be described thanks to the following charts, the examples of unsuitable solutions are listed here:

We can find two correct solutions exactly by proofing:

počet studentů	odměna za studium [tis Kč]	celkově [tis Kč]
20	3	60
0	2	0
0	0,5	0

$$\Sigma \quad 20 \qquad \qquad \qquad \mathbf{60} \quad > \quad \mathbf{20 \text{ tis Kč}}$$

počet studentů	odměna za studium [tis Kč]	celkově [tis Kč]
0	3	0
0	2	0
20	0,5	10

$$\Sigma \quad 20 \qquad \qquad \qquad \mathbf{10} \quad < \quad \mathbf{20 \text{ tis Kč}}$$

počet studentů	odměna za studium [tis Kč]	celkově [tis Kč]
4	3	12
0	2	0
16	0,5	8

$$\Sigma \quad 20 \qquad \qquad \qquad \mathbf{20} \quad = \quad \mathbf{20 \text{ tis Kč}}$$

počet studentů	odměna za studium [tis Kč]	celkově [tis Kč]
1	3	3
5	2	10
14	0,5	7

$$\Sigma \quad 20 \qquad \qquad \qquad \mathbf{20} \quad = \quad \mathbf{20 \text{ tis Kč}}$$