

Matematicko-logická soutěž

Prosinec 2024/25

Svá řešení odevzdávejte písemně nebo elektronicky Mgr. Kopřivové (koprivova@teleinformatika.eu) nebo Ing. Knápkovi (knappek@teleinformatika.eu) nejpozději o půlnoci posledního dne v daném měsíci. Každé kolo bude vyhodnoceno samostatně, body se budou sčítat za všechna kola. Soutěžící, který bude mít v červnu na svém kontě nejvíce získaných bodů, získá odměnu.

Úloha č. 1: Vánoční výzdoba města Světlkov

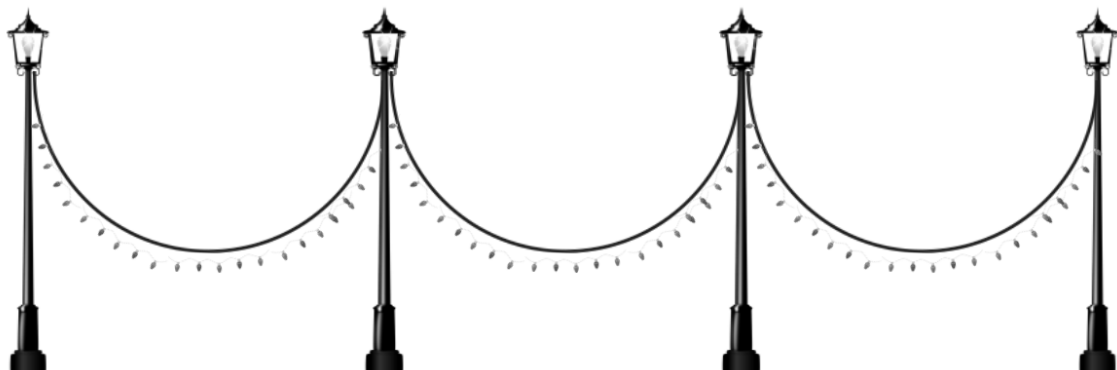
Ve městě Světlkově, kde vánoční výzdobu berou velmi vážně, se starosta rozhodl, že letos hlavní přímá ulice musí zářit. Povinnost koupit a zavěsit vánoční světelný řetěz připadla místním elektrikářům, známé dvojici Pepa a Franta, kteří jsou sice skvělí v práci, ale trochu se zapletli v počítání barevných žárovek.

Řetěz má být prověšený mezi pouličními lampami, které lemují v pravidelných rozestupech celou délku ulice, a musí tvořit dokonalý půlkruh o poloměru 1 metr (viz ilustrační obrázek). V barevném schématu řetězu se střídají 3 červené žárovky, 2 zelené a 4 modré. Mezi každou žárovkou je mezera přesně 50 cm.

Pepa a Franta plánují jít řetěz koupit, ale neví, jak dlouhý. Neznají délku ulice a tak se dohodli, že Franta sedne do auta, projede ulici rychlostí 30 km/h a Pepa mu to stopne. Takto naměřili, že projet celou ulici trvá 36 sekund.

Pomozte Pepovi a Frantovi spočítat:

- jak je dlouhá celá ulice;
- kolik žárovek bude celkem na řetězu.



Úloha č. 2: Adventní kalendář

Paní Bezzubá si připravila adventní kalendář na každý den od 1. do 24. prosince. Jako odměnu si tam vložila bonbóny, jejichž počet se každý den zvyšuje o 1.

Kolik bonbónů si vytáhla 3. 12., jestliže celkem snědla 372 bonbónů?

Problem No. 3: Gifts in the present and the past

Harry's spoiled brother is known for caring about the number of Christmas gifts he receives. In 2022, he received 50 % more gifts than he did in 2021. Two years ago, he received 40 % fewer gifts than last year, and this year, his parents want to give him exactly one more gift than last year which makes 101 gifts.

How many gifts did he receive in each year from 2021 to 2023?

Výsledky:

ÚLOHA 1:

- a) 30 000 m3600 s
x m36 s

$$x = \frac{36 \cdot 30000}{3600} = 300 \text{ m} \rightarrow \text{Ulice je dlouhá 300 m.}$$

- b) Sloupy jsou od sebe vzdáleny průměr prověšeného kruhu, tedy 2 m.

Na této ulici tak bude 150 prověšených půlkruhů řetězu.

Jeden půlkruh měří π metrů, dohromady 150π m. To je přibližně 471, 239 m.

Celkem jedna sekvence vzoru zabere 7 žárovek.

Jedna sekvence sedmi žárovek zabere *-----*-----*-----*-----*-----*-----*----- 3,5 metrů.

Počet sekvencí: $471,239 : 3,5 = 134,64 \dots$

Vejde se tam tedy 134 celých sekvencí a zbyde ještě $471,239 - 134 \cdot 3,5 = 2,239$ metrů

Zbytek řetězu:

----------*-----*-----*-----*

Celkem bude žárovek: $134 \cdot 7 + 5 = 943$

ÚLOHA 2:

1. den x bonbónů 2. den ... $x + 1$ bonbónů 3. den ... $x + 2$ bonbónů

$\rightarrow n - \text{tý den } x + (n - 1)$ bonbónů

Řešení pomocí rovnice:

$$x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + \dots + x + 22 + x + 23 = 372$$

$$24x + (1 + 2 + 3 + \dots + 23) = 372$$

$$24x + 276 = 372$$

$$24x = 96$$

$$x = 4$$

První den snědla 4 bonbóny, takže třetí den snědla o 2 více tedy **6 bonbónů**.

Řešení pomocí aritmetické posloupnosti:

$$a_1 = x, \quad a_2 = x + 1 \rightarrow a_n = x + (n - 1) \rightarrow a_{24} = x + 23$$

$$s_{24} = 372 \quad s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \rightarrow s_{24} = 12(x + x + 23)$$

$$12(2x + 23) = 372$$

$$x = 4$$

$$a_3 = x + (3 - 1) = 4 + 2 = 6$$

ÚLOHA 3:

Year	Number of gifts		Results
2021	x	$x = \frac{60}{1,5} = 40$	40
2022 (two years ago)	$1,5x = 0,6 \cdot y$	$1,5x = 0,6 \cdot 100 = 60$	60
2023 (last year)	y	$y = 101 - 1 = 100$	100
2024 (this year)	101		101